

ამოცანები

- რამდენი განსხვავებული გზით შეიძლება 1-დან 100-ის ჩათვლით ყველა ნატურალური რიცხვის ერთ მწკრივში განლაგება ისე, რომ ნებისმიერ ორ მეზობელ რიცხვს შორის სხვაობა ერთზე მეტი არ იყოს და მწკრივში რიცხვები არ მეორდებოდეს?

ა) 100 ბ) 99 გ) 5,050 დ) 4 ე) 2 ვ) 3
- დაფაზე წერია რიცხვი 23. წუთში ერთხელ ნინო რიცხვს შლის დაფიდან და მის ადგილას წერს წაშლილი რიცხვის ციფრთა ნამრავლს დამატებული 12. რა რიცხვი ეწერება დაფაზე ზუსტად ერთი საათის შემდეგ?

ა) 12 ბ) 14 გ) 16 დ) 18 ე) 20 ვ) 23
- 500!-ს გამოაკლეს მისი ციფრთა ჯამი. შემდეგ, მიღებულ რიცხვს ისევ გამოაკლეს მისი (მიღებული რიცხვის) ციფრთა ჯამი. შემდეგ ეს მოქმედება გაიმეორეს იქამდე სანამ არ მიიღეს ერთნიშნა რიცხვი. რომელი ერთნიშნა რიცხვი მიიღეს? (შენიშვნა: $n!$ აღნიშნავს ერთიდან n -ის ჩათვლით რიცხვების ნამრავლს. მაგალითად: $4! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$)

ა) 3 ბ) 7 გ) 1 დ) 0 ე) 5 ვ) 9
- მინიმუმ რამდენი უჯრა უნდა მოვნიშნოთ დაფაზე ზომით 8×8 , ისე რომ ნებისმიერ 3×3 ზომის კვადრატში იყოს ზუსტად ერთი მონიშნული უჯრა?

ა) 3 ბ) 5 გ) 10 დ) 6 ე) 4 ვ) 12
- დაფაზე წერია რიცხვები 1, 2, 3, ..., 99, 100. ბავშვს შეუძლია აარჩიოს ნებისმიერი ორი რიცხვი x და y , წაშალოს ისინი დაფიდან და მათ მაგივრად დაფაზე დაწეროს რიცხვი $x+y-1$. რა რიცხვი შეიძლება დარჩეს დაფაზე ამ ოპერაციის 99-ჯერ გამეორების შემდეგ?

ა) 5,050 ბ) 4,950 გ) 100 დ) 4,850 ე) 5,051 ვ) 4,951
- მოცემულია ოთხნიშნა რიცხვი ABCD. მისი ციფრთა ნამრავლი არის B-ს ტოლი, ხოლო ციფრთა ჯამი არის ორნიშნა რიცხვი CC, რომლის ციფრთა ჯამიც A-ს ტოლია. რას უდრის D? (როგორც ყველა მათემატიკურ რეზუსში, ციფრები შეცვლილია ასოებით, ამასთან ერთნაირ ასოებს შეესაბამება ერთნაირი ციფრები და სხვადასხვა ასოებს სხვადასხვა ციფრები)

ა) ამოხსნა არ აქვს ბ) 1 გ) 3 დ) 5 ე) 8 ვ) 9
- მაგიდაზე ერთ რიგად დევს 4 ფიგურა - სამკუთხედი, წრე, რომბი და კვადრეტი. ეს ფიგურები შეღებილია 4 სხვადასხვა წითელ, ცისფერ, ყვითელ და მწვანე ფერში. ცნობილია, რომ წითელი ფიგურა დევს ცისფერ და მწვანე ფიგურას შორის, ყვითელი ფიგურიდან მარჯვნივ დევს კვადრეტი, წრე დევს როგორც სამკუთხედის ასევე კვადრატის მარჯვნივ, სამკუთხედი არ დევს არცერთ ბოლოში, ცისფერი და ყვითელი ფიგურები არ დევს გვერდიგვერდ. რა ფერისაა რომბი?

ა) წითელი ბ) ცისფერი გ) ყვითელი დ) მწვანე ე) ლურჯი ვ) თეთრი
- ექვსი ბიჭი მონაწილეობას იღებდა შეჯიბრებაში სირბილში და ფინიშის შემდეგ აღმოჩნდა, რომ: გიორგი ჩამორჩა ნიკას და თან მათ შორის კიდევ ორი ბიჭი იყო, დათო ფინიშზე მივიდა ირაკლის შემდეგ, მაგრამ გაასწრო მათეს, ირაკლიმ გაასწრო ნიკას, მაგრამ ჩამორჩა პეტრეს. ვინ გავიდა მე-3 ადგილზე?

ა) გიორგი ბ) ნიკა გ) დათო დ) ირაკლი ე) მათე ვ) პეტრე
- გვაქვს 10 დაკეტილი კარის 10 გასაღები. (არ არის ცნობილი რომელი გასაღები რომელ კარს აღებს). მაქსიმუმ რამდენი ცდა იქნება საჭირო იმისათვის, რომ გავაღოთ ყველა კარი?

ა) 100 ბ) 50 გ) 55 დ) 45 ე) 10 ვ) 9



10. გიორგიმ წრფეზე მონიშნა ოთხი წერტილი. შემდეგ მონიშნული წერტილებიდან ყოველ ორს შორის მანძილი გაზომა და გაზომვის შედეგების ზრდის მიხედვით დალაგებისას მიიღო : 2, 3, ..., 13, 14, 16. რისი ტოლია გამოტოვებული რიცხვი?
- ა) 4 ბ) 5 გ) 6 დ) 7 ე) 9 ვ) 11
11. ლევანს აქვს ყვითელი, მწვანე, ლურჯი და შავი ბურთები, სულ - 20 ცალი. ამ ბურთებიდან ზუსტად 17 არ არის მწვანე, ზუსტად 5 შავია და ზუსტად 12 არ არის ყვითელი . რამდენი ლურჯი ბურთი აქვს ლევანს?
- ა) 3 ბ) 4 გ) 5 დ) 6 ე) 7 ვ) 8
12. ქუჩის გასწვრივ გიგის სახლიდან სკოლამდე დგას 17 ხე. ერთ დღეს გიგიმ სახლიდან სკოლისკენ მიმავალ გზაზე წითელი მარკერით მონიშნა პირველივე ხე რომელიც შეხვდა და შემდეგ ყოველი მეორე ხე, ხოლო უკან დაბრუნებისას ლურჯი მარკერით მონიშნა პირველივე შემხვედრი ხე და შემდეგ ყოველი მესამე ხე. რამდენი ხე დარჩა გიგის მოუნიშნავი?
- ა) 3 ბ) 4 გ) 5 დ) 6 ე) 7 ვ) 8
13. რას უდრის ჯამი $11+16+21+26+\dots+91+96$?
- ა) 834 ბ) 887 გ) 968 დ) 963 ე) 987 ვ) 1,007
14. ნახაზზე მოცემული I, II, III და IV ფიგურები კვადრატებია. I კვადრატის პერიმეტრი 16 სმ-ია, ხოლო II-ის - 24 სმ. რას უდრის IV კვადრატის პერიმეტრი?
-
- ა) 32 სმ ბ) 40 სმ გ) 48 სმ დ) 64 სმ ე) 72 სმ ვ) 81 სმ
15. განსაზღვრეთ კუთხე, რომელსაც შეადგენს საათის ისრები 8 საათსა და 00 წუთზე
- ა) 90° ბ) 100° გ) 110° დ) 120° ე) 130° ვ) 140°
16. რამდენი რიცხვია 1-დან 100-მდე, რომლებიც 3-ის ჯერადია, ან 3-თ ბოლოვდება?
- ა) 33 ბ) 39 გ) 41 დ) 42 ე) 43 ვ) 36
17. იპოვეთ მიმდევრობის შემდეგი წევრი 4, 5, 8, 17, 44, ...
- ა) 80 ბ) 125 გ) 112 დ) 100 ე) 134 ვ) 118
18. ყუთში დევს 3 ნარინჯისფერი, 5 ყვითელი და 7 წითელი ბურთი. რა მინიმალური რაოდენობის ბურთი უნდა ამოვიღოთ ყუთიდან იმისათვის, რომ დანამდვილებით გვქონდეს ყველა ფერის ბურთი?
- ა) 5 ბ) 8 გ) 12 დ) 13 ე) 14 ვ) 15
19. ლუკას და მარიამს ერთად შეუძლიათ თოვლის სასახლის აშენება 30 წუთში. მარიამი სამჯერ სწრაფად აშენებს ვიდრე ლუკა. რა დროში შეუძლია მარტო მარიამს თოვლის სასახლის აშენება?
- ა) 40 წუთში ბ) 45 წუთში გ) 1 საათში დ) 35 წუთში ე) 42 წუთში ვ) 48 წუთში
20. რამდენი ისეთი ორნიშნა რიცხვი არსებობს, რომლის ათეულების ციფრი მეტია ერთეულების ციფრზე?
- ა) 9 ბ) 17 გ) 45 დ) 36 ე) 40 ვ) 50

გისურვებთ წარმატებას!

პასუხები და მათი ანალიზი

1. პასუხი: 2

დავუშვათ რომ 1-იანი მწკრივში განლაგებულია არც თავში (პირველ რიცხვად) და არც ბოლოში (ბოლო რიცხვად). მაშინ 1-იანს ეყოლება ორი მეზობელი და ამოცანის პირობიდან გამომდინარე ორივე მეზობელი 2-ის ტოლი უნდა იყოს. ეს კი შეუძლებელია, რადგან ჩვენ მხოლოდ ერთი 2-იანი გვაქვს. ესეიგი 1-იანი დგას ან მწკრივის თავში ან ბოლოში და მიიღება რიცხვების 1-დან 100-მდე ზრდადობით ან კლებადობით განლაგებით: 1, 2, 3, 4, ... 97, 98, 99, 100 ან 100, 99, 98, 97, ... 4, 3, 2, 1.

2. პასუხი: 16

ჩამოვწეროთ რამოდენიმე რიცხვი, რომელსაც ნინო მიიღებდა. რიცხვი, რომელიც ეწერება დაფაზე 1 წუთის შემდეგ: $2 \times 3 + 12 = 18$; 2 წუთის შემდეგ: $1 \times 8 + 12 = 20$; 3 წუთის შემდეგ: $2 \times 0 + 12 = 12$; 4 წუთის შემდეგ: $1 \times 2 + 12 = 14$; 5 წუთის შემდეგ: $1 \times 4 + 12 = 16$; 6 წუთის შემდეგ: $1 \times 6 + 12 = 18$. დაფაზე დაწერილი რიცხვი 6 წუთის შემდეგ იგივეა რაც დაფაზე დაწერილი რიცხვი 1 წუთის შემდეგ, ანუ მივიღეთ 5 წუთიანი ციკლი (დაფაზე დაწერილი რიცხვი მეორდება ყოველ 6 წუთში ერთხელ). 60 წუთში 5 წუთიანი ციკლი განმეორდება ზუსტად 12-ჯერ, ხოლო ციკლის ბოლო რიცხვი არის 16.

3. პასუხი: 9

შევამჩნიოთ რომ $500!$ იყოფა 9-ზე და მისი ციფრთა ჯამიც იყოფა 9-ზე, შესაბამისად მათი სხვაობაც გაიყოფა 9-ზე. იგივე მსჯელობით ყოველი მომდევნო სხვაობა და მიღებული შედეგი გაიყოფა 9-ზე. პირველ ერთნიშნა რიცხვს, რომელსაც მივიღებთ ასევე უნდა გაიყოს 9-ზე, ხოლო ესეთი რიცხვი თვითონ 9 არის. (შენიშვნა: პასუხი 0 არ არის რადგან მოქმედება სრულდებოდა სანამ არ მიიღეს ერთნიშნა რიცხვი).

4. პასუხი: 4

თუ მონიშნული იქნება 4-ზე ნაკლები უჯრა ამოცანის პირობა ვერ შესრულდება, რადგან ნახაზზე მონიშნული 4 კვადრატია არ იკვეთება და თითოეულში ერთი უჯრა უნდა იყოს მონიშნული. ამოცანის პირობა სრულდება თუ მოვნიშნავთ ზუსტად 4 უჯრას, როგორც მონიშნულია ნახაზზე x-ით

		x			x		
		x			x		

5. პასუხი: 4,951.

ამოხსნა: დაფაზე დაწერილი 100 რიცხვის ჯამი აღნიშნული ოპერაციების დაწყებამდე არის $100 \cdot 101 / 2 = 5,050$. შევნიშნოთ, რომ ყოველი ოპერაციის შემდეგ ხდება 2 რამ: პირველი - რიცხვების რაოდენობა მცირდება 1-ით და მეორე - ყველა რიცხვის ჯამიც მცირდება 1-ით (დაფაზე ეწერა რიცხვები x და y , ჯამით $x+y$ და მათ მაგივრად იწერება რიცხვი $x+y-1$, ხოლო სხვა დანარჩენი რიცხვები უცვლელია), ამიტომ ოპერაციის 99 ჯერ გამეორების შემდეგ დაგვრჩება ერთი რიცხვი, რომელიც ტოლია $5,050 - 99 = 4,951$.

6. პასუხი: 8.

ამოხსნა: პირველი პირობის თანახმად, $A*B*C*D=B$, ეს შესაძლებელია მხოლოდ მაშინ, როდესაც $B=0$ (წინამდებე შემთხვევაში მივიღებთ, რომ $A*C*D=1$ და ეს შეუძლებელია რადგან A, C, D განსხვავებული ციფრებია). მეორე პირობიდან ვიღებთ, რომ $A+B+C+D=11C$, ანუ $A+D=10C$ და რადგან A და D ციფრებია, ამიტომ C შეიძლება იყოს მხოლოდ 0 ან 1, რადგან $B=0$, ამიტომ $C=1$ და ბოლო პირობის გამოყენებით $A=C+C=2$, ე.ი. $2+D=10$, ამიტომ $D=8$.

7. პასუხი: ყვითელი.

ამოხსნა: ამოცანაში მოცემული პირობები დაენოვროთ:

- 1) წითელი ფიგურა დევს ცისფერ და მწვანე ფიგურას შორის
- 2) ყვითელი ფიგურიდან მარჯვნივ დევს კვადრატი
- 3) წრე დევს როგორც სამკუთხედის ასევე კვადრატის მარჯვნივ
- 4) სამკუთხედი არ დევს არცერთ ბოლოში
- 5) ცისფერი და ყვითელი ფიგურები არ დევს გვერდიგვერდ

პირველი პირობიდან გამოდის, რომ წითელი ფიგურა ამ რიგში უნდა იდოს ან მე-2 ან მე-3 ადგილას, ანუ ფერების მიხედვით დალაგების მხოლოდ შემდეგი 4 ვარიანტი გვაქვს: ც-წ-მ-ყ, მ-წ-ც-ყ, ყ-ც-წ-მ ან ყ-მ-წ-ც. ამ ოთხი ვარიანტიდან პირველი ორი გამოირიცხა მე-2 პირობის გამო, ხოლო მე-3 ვარიანტი კი მე-5 პირობის გამო, ამიტომ ფერების მიხედვით ფიგურები განლაგებულია ყ-მ-წ-ც მიმდევრობით. მე-2 პირობიდან გამოდის, რომ კვადრატი არის მწვანე, ხოლო მე-4 პირობიდან კი გამოდის, რომ სამკუთხედი არის წითელი, მე-3 პირობიდან წრე არის ცისფერი, ამგვარად რომელი არის ყვითელი.

8. პასუხი: ნიკა.

ამოხსნა: ამოცანაში მოცემული პირობები დაენოვროთ:

- 1) გიორგი ჩამორჩა ნიკას და თან მათ შორის კიდევ ორი ბიჭი იყო
- 2) დათო ფინიშზე მივიდა ირაკლის შემდეგ, მაგრამ გაასწრო მათეს
- 3) ირაკლიმ გაასწრო ნიკას, მაგრამ ჩამორჩა პეტრეს

მე-3 პირობის თანახმად პეტრემ გაასწრო ირაკლის, ირაკლიმ გაასწრო ნიკას და ამ უკანასკნელმა კი პირველი პირობის თანახმად გაასწრო გიორგის და კიდევ 2 ბიჭს, ანუ სულ 3 ბიჭს, ეს კი შესაძლებელია მხოლოდ იმ შემთხვევაში თუ პეტრე პირველი მივიდა ფინიშზე, ირაკლი მე-2, ნიკა მე-3-ზე და გიორგი მე-6-ზე.

9. პასუხი: 55.

ამოხსნა: პირველი გასაღებით მისი შესაბამისი კარის გასაღებად დაგვჭირდება მაქსიმუმ 10-ვე კარის შემოწმება, მეორე გასაღებით მისი შესაბამისი კარის გასაღებად დაგვჭირდება უკვე მაქსიმუმ დარჩენილი 9 კარის შემოწმება და ა.შ., მეცხრე გასაღებით მისი შესაბამისი კარის გასაღებად დაგვჭირდება დარჩენილი 2 კარის შემოწმება და მეათე გასაღებით გავაღებთ ბოლო კარს. სულ ცდების რაოდენობა გამოგვივა $10+9+\dots+2+1=55$.

10. პასუხი: 11

ზოგადობის შეუზღუდავად შეგვიძლია მივიჩნიოთ, რომ წრფე არის ჰორიზონტალურ მდგომარეობაში და გიორგის მიერ მონიშნული წერტილები (თანმიმდევრობით, მარცხნიდან მარჯვნივ) აღვნიშნოთ A, B, C და D -თი. მაშინ ცხადია, რომ უდიდესი მონაკვეთია AD და მისი სიგრძე ამოცანის პირობის თანახმად იქნება 16. რადგან $AB + BD = AC + CD = AD = 16$ და $AB < AC$, ამიტომ გვექნება სამი შემთხვევა:

(1) $AB = 2, BD = 14, AC = 3, CD = 13;$

(2) $AB = 2, BD = 14, AC = 13, CD = 3;$

$$(3) AB = 3, BD = 13, AC = 14, CD = 2;$$

(1) შემთხვევაში გამოდის, რომ მეექვსე (გამოტოვებული) მონაკვეთია BC და მისი სიგრძეა 1, რაც ეწინააღმდეგება ამოცანის პირობას; ხოლო (2) და (3) შემთხვევებში კი გამოდის, რომ მეექვსე (გამოტოვებული) მონაკვეთია BC და მისი სიგრძეა

$$AD - (AB + BC) = 16 - (2 + 3) = 11.$$

ე.ი. გამოტოვებული რიცხვი ტოლია 11-ის.

11. პასუხი: 4

რადგან 20 ბურთიდან ზუსტად 17 არ არის მწვანე და ზუსტად 12 არ არის ყვითელი, ამიტომ გამოდის, რომ მწვანე ბურთების რაოდენობა ყოფილა $20 - 17 = 3$ და ყვითელი ბურთების რაოდენობა ყოფილა $20 - 12 = 8$. ამ ყველაფერთან ერთად თუ გავითვალისწინებთ, რომ წითელი ბურთების რაოდენობაა 5, მაშინ ლურჯი ბურთების რაოდენობა გამოვა: $20 - (3 + 8 + 5) = 4$.

ე.ი. ლევანს აქვს 4 ლურჯი ბურთი.

12. პასუხი: 5

გადავნიშოთ ხეები გიგის სახლიდან სკოლის მიმართულებით 1-დან 17-ის ჩათვლით რიცხვებით. მაშინ ამოცანის პირობიდან გამოდის, რომ გიგის წითელი მარკერით მოუნიშნავს ხეები, ნომრებით: 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17. ხოლო ლურჯი მარკერით მოუნიშნავს ხეები ნომრებით: 17, 14, 11, 8, 5, 2. ანუ მოუნიშნავი დარჩა ხეები ნომრებით: 4, 6, 10, 12, 16.

ე.ი. გიგის მოუნიშნავი დარჩა 5 ხე.

13. პასუხი: 963

$$11 + 16 + 21 + 26 + \dots + 91 + 96 = (10 + 1) + (10 + 6) + (20 + 1) + (20 + 6) + \dots + (90 + 1) + (90 + 6) = 2 \cdot (10 + 20 + \dots + 90) + 9 \cdot (1 + 6) = 2 \cdot 450 + 9 \cdot 7 = 900 + 63 = 963.$$

14. პასუხი: 64

რადგან I და II კვადრატების პერიმეტრებია 16 სმ და 24 სმ, ამიტომ I კვადრატის გვერდის სიგრძეა $16 : 4 = 4$ სმ და II კვადრატის გვერდის სიგრძეა $24 : 4 = 6$ სმ. რადგან III კვადრატის გვერდის სიგრძე უდრის I და II კვადრატების გვერდების სიგრძეთა ჯამს, ხოლო IV კვადრატის გვერდის სიგრძე უდრის II და III კვადრატების გვერდების სიგრძეთა ჯამს, ამიტომ გვექნება, რომ III კვადრატის გვერდის სიგრძეა $4 + 6 = 10$ სმ და IV კვადრატის გვერდის სიგრძეა $6 + 10 = 16$ სმ.

ე.ი. IV კვადრატის პერიმეტრი უდრის $16 \cdot 4 = 64$ სმ-ს.

15. პასუხი: 120°

რადგან საათზე არის წრეზე 360 გრადუსი და იგი დაყოფილია 12 ტოლ ნაწილად, ამიტომ თითოეულ მომდევნო რიცხვებს შორის არის $360/12=30$ გრადუსი. 8:00 საათზე ისრები არის 8-სთან და 12-თან, შესამაბისად მათ შორის არის 4 30 გრადუსიანი კუთხე, მაშასადამე კუთხე ისრებს შორის 8:00 საათზე ტოლი იქნება $30 \cdot 4 = 120$ გრადუსის.

16. პასუხი: 39

1-დან 100-მდე 3-ის ჯერადი რიცხვების რაოდენობა 33-ია, ხოლო 3-ით დაბოლოებულიების კი 10. ასევე, შევნიშნოთ, რომ 4 ცალი რიცხვი 3, 33, 63 და 93 არის როგორც 3-ის ჯერადი, ასევე 3-ით ბოლოვდება, ამიტომ 1-დან 100-მდე ისეთი რიცხვების რაოდენობა, რომლებიც 3-ის ჯერადია ან 3-ით ბოლოვდება არის $33+10-4=39$.

17. პასუხი: 125

შევნიშნოთ, რომ მიმდევრობის მომდევნო წევრებს შორის სხვაობებია 1, 3, 9, 27, ეს რიცხვები კი 3-ის მომდევნო ხარისხებს წარმოადენს, ამიტომ ამ მიმდევრობის შემდეგი წევრი იქნება $44+81=125$.

18. პასუხი: 13

ყუთიდან 12 ბურთის ამოღების შემთხვევაში, შეიძლება მხოლოდ ყვითელი და წითელი ბურთები ამოვიღოთ, ხოლო 13 ბურთის ამოღების შემთხვევაში ნებისმიერ შემთხვევაში დანამდვილებით გვექნება ყველა ფერის ბურთი.

19. პასუხი: 40 წუთში

რადგან ბევრვეტი ერთად ერთ სასახლეს აშენებენ 30 წუთში, ამიტომ 4 სასახლეს ააშენებენ $4*30=120$ წუთში, ამასთან რადგან მარიამი 3-ჯერ სწრაფად აშენებს ვიდრე ლუკა, შეგვიძლია ჩავთვალოთ, რომ ამ 4 სასახლიდან 3 მარიამმა ააშენა, შესაბამისად 1 სასახლის აშენებას მარიამი $120/3=40$ წუთს მოანდომებს.

20. პასუხი: 45

პირველ ათეულში ასეთი რიცხვი მხოლოდ ერთი ცალია - 10, მეორე ათეულში ასეთი რიცხვი 2 ცალია - 20 და 21, მესამე ათეულში 3 ცალი - 30, 31, 32 და ა.შ. მეცხრე ათეულში 9 ცალი - 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97 და 98. შესაბამისად სულ ასეთი ორნიშნა რიცხვების რაოდენობაა - $1+2+3+...+9=45$.