საქართველოს ოლიმპიელ მათემატიკოსთა კავშირი მათემატიკის ოლიმპიადა
VI კლასი, I ტური

1. მაქსიმუმ რამდენი 1X5 მართკუთხედის გამოჭრა შეიძლება კვადრატიდან ზომით 9X9?

ა)10 ბ)12 გ)13 დ)16 ე)18 ვ)20

2. 4 გოგრა აწონეს წყვილ-წყვილად ყველა შესაძლო ვარიანტებით, მიიღეს შემდეგი წონები: 7, 8, 9, 10, 11 და 12 კილო. რამდენია 4-ვე გოგრის წონა ჯამში?

ა)17 ბ)18 გ)19 დ)20 ე)16 ვ)21

3. წრიულ გზაზე მოძრაობს 12 ავტობუსი თანაბარი ინტერვალებით. რამდენი ავტობუსი უნდა დავამატოთ ხაზს, რომ დროითი ინტერვალი 2 მომდევნო ავტობუსს შორის შემცირდეს 1/5-ით?

ა)3 ბ)4 გ)5 დ)6 ე)9 ვ)12

4. რამდენი ნულით ბოლოვდება შემდეგი რიცხვების ნამრავლი: 1*2*3*….*37?

ა)6 ბ)7 გ)8 დ)9 ე)10 ვ)5

5. 6+4 =210

   9+2 =711

   8+5 = 313

   7+6 =113

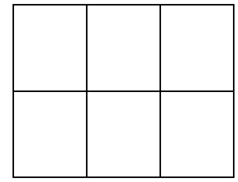
   5+3= ?

ა)214 ბ)229 გ)146 დ)152 ე)28 ვ)1240

6. ემზარიმ ჩაიფიქრა 0-იდან 99,999-მდე რიცხვი. რატი ცდილობს რაც შეიძლება ნაკლები კითხვით გამოიცნოს ემზარის ჩაფიქრებული რიცხვი. რატის კითხვებზე ემზარის შეუძლია მხოლოდ კი ან არას პასუხი. რამდენი კითხვაა საჭირო იმისთვის, რომ რატიმ დანამდვილებით შეძლოს რიცხვის გამოცნობა?

ა)17 ბ)19 გ)21 დ)23 ე)16 ვ)18

7. რამდენი მართკუთხედია მოცემულ ნახაზზე?



ა)6 ბ)7 გ)11 დ)14 ე)16 ვ)18

8. წყლით გავსებული დოქი იწონის 5 კილოგრამს, ნახევრად გავსებული 3 კილოგრამს. რამდენ კილოგრამს იწონის დოქი?

ა)1.5 ბ)2.5 გ)1 დ)2 ე)3 ვ)2.33

9. ორმა მეთევზემ ერთად დაიჭირა 80 თევზი, ამასთან პირველი მეთევზის ნადავლის 5/9 კობრები იყო, ხოლო მეორე მეთევზის ნადავლის 7/11 კიხრამული. რამდენი კობრა დაიჭირა პირველმა მეთევზემ?

ა)20 ბ)36 გ)25 დ)30 ე)28 ვ)32

10. UGMO+GMO+MO+O+1 = 2017 რებუსში ყველა ასოს შეესაბამება რომელიღაც ციფრი 1-დან 9-მდე, ამასთან ერთნაირ ასოებს შეესაბამება ერთნაირი ციფრი, სხვადასხვა ასოებს სხვადასხვა ციფრი. რომელ ციფრს შეესაბამება ასო M?

ა)6 ბ)7 გ)8 დ)9 ე)5 ვ)10

11. 1-დან 1000-მდე რამდენი რიცხვია, რომელიც არც 5-ზე და არც 7-ზე არ იყოფა?

ა)800 ბ)858 გ)658 დ)686 ე)732 ვ)744

12. გლობუსზე გატარებულია 24 მერიდიანი და 17 პარალელი. რამდენ ნაწილად დაიყო გლობუსი?

ა)450 ბ)432 გ)408 დ)425 ე)442 ვ)318

13. რამდენი 4-ის ჯერადი 4-ნიშნა რიცხვის შედგენა შეიძლება 1, 2, 3 და 4 ციფრების გამოყენებით?

ა)16 ბ)32 გ)64 დ)6 დ)48 ვ)8

14. რომელი ციფრი უნდა ჩავწეროთ ? ნიშნის მაგივრად 888…88?99..999 რიცხვში (რიცხვის ჩანაწერში გამოყენებულია 2017-ჯერ ციფრი 8 და 2017-ჯერ ციფრი 9), რომ ის იყოფოდეს 13-ზე?

ა)1 ბ)2 გ)3 დ)4 ე)5 ვ)6

15. კვადრატიდან, რომლის გვერდი უდრის 100 რვეულის უჯრას, ამოჭრეს კვადრატი ზომით 80 რვეულის უჯრა. დარჩენილი ნაჭერი დაჭრეს პატარა კვადრატებად ზომით 1 რვეულის უჯრა, რომლებისგანაცააწყეს ახალი კვადრატი. რას უდრის მიღებული კვადრატის გვერდი?

ა)კვადრატის აწყობა შეუძლებელია ბ)80 უჯრა გ)20 უჯრა დ)36 უჯრა ე)60 უჯრა ვ)65 უჯრა

16. ბებია აცხობს 6 ორცხობილას თავისი შვილიშვილისთვის და ნომრავს მათ მიმდევრობით რიცხვებით 1-დან 6-მდე. დროდადრო შვილიშვილი შემორბის სამზარეულოში და ჭამს ყველაზე ცხელ ორცხობილას უკვე მომზადებული ორცხობილებიდან. რომელი ქვემოთ მოყვანილი მიმდევრობით არ შეიძლება რომ შვილიშვილს ეჭამა ორცხობილები?

ა)123456 ბ)125436 გ)325461 დ)456231 ე)654321 ვ)456321

17. სამ სხვადასხვა ზომის ყუთში დევს 48 ბურთი. დიდ და პატარა ზომის ყუთებში ერთად დევს 2-ჯერ უფრო მეტი ბურთი ვიდრე საშუალო ზომის ყუთში, ხოლო საშუალო ზომის ყუთში დევს 2-ჯერ უფრო მეტი ბურთი ვიდრე პატარა ზომის ყუთში. რამდენი ბურთი დევს დიდი ზომის ყუთში?

ა)16 ბ)20 გ)24 დ)30 ე)32 ვ)36

18. ქვემოთ მოცემული კვადრატის თითოეულ უჯრაში ჩაიწერა რიცხვები ისე რომ გვერდიგვერდ მდგომ უჯრებში ჩაწერილ რიცხვებს შორის სხვაობა ზუსტად 1-ის ტოლია. კვადრატში უკვე წერია პირველი რიცხვი 3. რა არის მაქსიმალური რაოდენობა განსხვავებული რიცხვების რომლებიც შეიძლება მივიღოთ?

3			

ა)4 ბ)5 გ)6 დ)7 ე)8 ვ)9

19. დაფაზე დაწერილი ექვსი ნატურალური რიცხვის საშუალო არითმეტიკული უდრის 17-ს. იმის მერე რაც ერთი რიცხვი წაშალეს, დარჩენილი ხუთი რიცხვის საშუალო არითმეტიკული გახდა 19. რას უდრიდა წაშლილი რიცხვი?

ა)7 ბ)17 გ)19 დ)18 ე)15 ვ)16

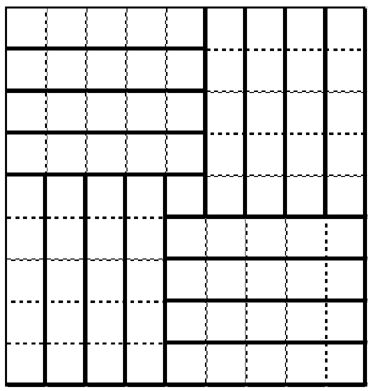
20. შავ ყუთში დევს 900 კარტი რომლებსაც აწერიათ რიცხვები 100-დან 999-ის ჩათვლით (თითო რიცხვი აწერია მხოლოდ ერთ კარტს). კარტების რა მინიმალური რაოდენობა უნდა ამოვიღოთ ყუთიდან (ყუთში ჩახედვის გარეშე) ისე რომ ამოღებულ კარტებს შორის ყოველთვის მოიძებნოს მინიმუმ სამი კარტი რომლებზეც დაწერილი რიცხვების ციფრთა ჯამი ტოლი იქნება.

ა)51 ბ)52 გ)53 დ)54 ე)55 ვ)56

გისურვებთ წარმატებებს!

პასუხები და მათი ანალიზი

1. რადგან 9X9 კვადრატი შედგება 81 უჯრისგან, ამიტომ 5 უჯრიანი მართკუთხედი მასში შესაძლოა მოთავსდეს მაქსიმუმ 16 ცალი, რადგან 16*5=80. ეს კი შესაძლებელია შემდეგი სახით:



2. ვთქვათ ეს ოთხი გოგრა იწონის შემდეგ წონებს: a, b, c, d. მათგან მიიღება 6 სხვადასხვა დაწყვილების ვარიანტი: (a,b), (a,c), (a,d), (b,c), (b,d) და (c,d). თუ ამ ექვსივე ვარიანტს შევკრიბავთ მივიღებთ შემდეგ სურათს:
   (a+b)+(a+c)+(a+d)+(b+c)+(b+d)+(c+d)=3a+3b+3c+3d=3(a+b+c+d) მეორეს მხრივ წყვილ-წყვილად გოგრების წონების ჯამი ტოლია 7,8,9,10,11 და 12 კილოგრამის, შესაბამისად 6-ვე წყვილის ჯამი გამოვა 7+8+9+10+11+12=57 ანუ მივიღეთ, რომ 3(a+b+c+d)=57, შესაბამისად a+b+c+d=57/3=19. ანუ 4-ვე გოგრის ჯამი ყოფილა 19 კილოგრამი
3. ვთქვათ ავტობუსს სჭირდება t დრო, რათა გააკეთოს ერთი სრული წრე, შესაბამისად ავტობუსებს შორის ინტერვალი იქნება t/12-ედი. თუ ეს ინტერვალი შემცირდება 1/5-ედით, ეს ნიშნავს რომ იგი გახდება თავდაპირველი დროის 4/5, ანუ გახდება (t/12)*(4/5)= t/15. თუ t/15 იქნება ინტერვალი ავტობუსებს შორის, ეს ნიშნავს რომ სულ წრეზე იმოძრავებს 15 ავტობუსი, მაშასადამე უნდა დავამატოთ 3 ავტობუსი.
4. ამ ამოცანის ამოსახსნელად უნდა გავიაზროთ ის ფაქტი თუ რას ნიშნავს რიცხვის 0-ით დაბოლოვება. რიცხვის 0-ით დაბოლოვება, ნიშნავს რომ იგი იყოფა 10-ზე. რიცხვის ორი 0-ით დაბოლოვება ნიშნავს რომ იგი იყოფა 100-ზე, რიცხვის n 0-ით დაბილოვება ნიშნავს რომ იგი იყოფა 10^n-ზე. იმისთვის რომ გავიგოთ რამდენი 0-ით ბოლოვდება რიცხვების ნამრავლი 1-დან 37-მდე, უნდა გავიგოთ რამდენი 10-ის შედგენა შეიძლება 1-დან 37-მდე რიცხვების მარტივი მამრავლებიდან. რადგან 1-დან 37-მდე რიცხვების მარტივი მამრავლებში 2-იანები ბევრად უფრო მეტია ვიდრე 5-იანები, ამიტომ საკმარისი იქნება 5-იანების დათვლა. 5-იანები კი გვხვდება შემდეგი ოდენობით: 5 - 1 ცალი 5-იანი, 10 - 1 ცალი 5-იანი, 15 - 1 ცალი 5-იანი, 20 - 1 ცალი 5-იანი, 25 - 2 ცალი 5-იანი, 30 - 1 ცალი 5-იანი და 35 - 1 ცალი 5-

იანი. სულ გამოდის 8 ცალი 5-იანი. შესაბამისად 1-დან 37-მდე რიცხვების ნამრავლი დაბოლოვდება 8 ცალი 0-იანით.

5. ამ ამოცანის ამოსახსნელად უნდა დავაკვირდეთ შეკრების წესს რომელიც არის შემდეგი: a+b=(a-b)(a+b) (აქ იგულისხმება ერთმანეთის გვერდით მიწერა და არა გამრავლება). მაგალითად 6+4=(6-4)(6+4)=210. მარტივი შესამოწმებელია რომ სრულდება სხვა მაგალითებიც. შესაბამისად გამოდის რომ 5+3=(5-3)(5+3)=28.
6. თავდაპირველად გვაქვს 100,000 შესაძლო ვარიანტი. ყოველ კითხვაზე რატის შეუძლია გაანახევროს შესაძლო ვარიანტები. (მაგალითისთვის დასვას კითხვა ეს რიცხვი 50,000 ზე ნაკლებია, ან ეს რიცხვი ლუწია თუ კენტია). გვაინტერესებს რამდენი კითხვის შედეგად დაგვრჩება მხოლოდ ერთი შესაძლო ვარიანტი. 50,000; 25,000; 12,500; 6250; 3125; 1563; 782; 391; 196; 98; 49; 25; 13; 7; 4; 2; 1; პასუხი გამოვიდა 17.
7. ერთუჯრედიანი მართკუთხედი არის 6 ცალი, ორუჯრედიანი 7 ცალი, სამუჯრედიანი 2 ცალი, 4 უჯრედიანი 2 ცალი, 6 უჯრედიანი 1 ცალი (5 უჯრედიანი მართკუთხედი არ არსებობს). ჯამურად გამოდის 18 მართკუთხედი.
8. ვთქვათ წყლით სავსე დოქი იწონის x კილოგრამს და დოქი იწონის y კილოგრამს. მივიღებთ შემდეგ განტოლებებს:

   X+Y=5

   X/2+Y=3

   აქედან მარტივად ვღებულობთ რომ X=4 და Y=1,

   პასუხი 1 კილოგრამს.
9. შევნიშნოთ რომ, პირველი მეთევზის დაჭერილი რაოდენობა იყოფა 9 ზე, (ჩავთვალოთ რომ პირველმა მეთევზემ დაიჭირა 9X თევზი) ხოლო მეორის დაჭერილი რაოდენობა იყოფა 11 ზე. (ჩავთვალოთ რომ მეორე მეთევზემ დაიჭირა 11Y) აქედან ვღებულობთ შემდეგ განტოლებას:

   9X+11Y=80 სადაც X და Y ნატურალური რიცხვებია, შესაბამისად Y<8

   9(X+Y)=2*(40-Y) აქედან გამომდინარე 40-Y იყოფა 9 ზე. ერთადერთი Y რომელიც ამ პირობას აკმაყოფილებს არის 4. ამ შემთხვევაში X გამოდის 4. ანუ პირველ მეთევზეს დაუჭერია 36 თევზი საიდანაც 5/9 ანუ 20 ცალი იყო კობრი.
10. გადავწეროთ აღნიშნული ტოლობა მივიღებთ.

   1000*U+200*G+30*M+4*O= 2016

   პირობიდან ვიცით რომ არცერთი ციფრი არ არის 0 ის ტოლი, შესაბამისად U ვერ იქნება 2 ან მეტი, ანუ ის 1 ის ტოლი უნდა იყოს.

   200*G+30*M+4*O= 1016

   G ვერ იქნება 5 ან მეტი რადგან ამ შემთხვევაში მარცხენა მხარე მეტი იქნება 1016 ზე. ხოლო G თუ სამი ან სამზე ნაკლებია მაშინ მარცხენა მხარე ნაკლები იქნება 903 ზე. ანუ G=4, მივიღეთ რომ

   30M+ 4*O= 216

15*M+2*O=108

იგივე ლოგიკით M ვერ იქნება 5 ან ნაკლები და 8 ან მეტი. ანუ გვრჩება ორი ვარიანტი 6 და 7, საიდანაც ნატურალურ რიცხვებში ამონახსნი აქვს მხოლოდ პირველ M=6, ამ შემთხვევაში O=9.

11. 1-დან 1,000-მდე რიცხვებში ჯერ დავთვალოთ ყველა 5-ის ჯერადი რიცხვი, სულ ასეთი [1,000/5]=200 რიცხვია. იგივენაირად 7-ის ჯერადი რიცხვი სულ [1,000/7]=142 ცალია, ამასთან 5×7=35-ის ჯერადი რიცხვები, სულ [1,000/35]=28 ცალი, იქნება ჩათვლილი 2-ჯერ, 5-ის ჯერადებშიც და 7-ის ჯერადებშიც. შესაბამისად 1-დან 1,000-მდე იმ რიცხვების რაოდენობა რომელიც იყოფა ან 5-ზე ან 7-ზე არის 200+142-28=314 ცალი, ამიტომ იმ რიცხვების რაოდენობა რომელიც არ იყოფა არც 5-ზე და არც 7-ზე არის 1,000-314=686 ცალი.

12. 24 მერიდიანი გლობუსს ამდენივე ნაწილად ყოფს, ხოლო პარარელელები კი თითოეულ ამ ნაწილს ყოფენ 17+1 ნაწილად, ანუ ჯამში გლობუსი დაიყოფა 24×(17+1)=432 ნაწილად.

13. რიცხვი იყოფა 4-ზე, თუ მისი ბოლო ორი ციფრით (ათეულებისა და ერთეულების თანრიგში მდგომი ციფრები) შედგენილი ორნიშნა რიცხვი იყოფა 4-ზე. მოცემული ციფრებით მხოლოდ შემდეგი 4-ის ჯერადი დაბოლოებების შედგენა არის შესაძლებელი: 12, 24, 32 და 44, ანუ სულ 4 სხვადასხვა დაბოლოება გვაქვს. რადგან ათასეულებისა და ასეულების ადგილებზე შეგვიძლია გამოვიყენოთ ნებისმიერი მოცემული ციფრი, გამოდის რომ თითოეული დაბოლოებით შეგვიძლია შევადგინოთ 4×4=16 სხვადასხვა რიცხვი, შესაბამისად მოცემული ციფრებით სულ შეგვიძლია შევადგინოთ 16×4=64 ცალი 4-ნიშნა 4-ის ჯერადი რიცხვი.

14. შევნიშნოთ რომ რიცხვი 111,111 იყოფა 13, ამიტომ 13-ზე გაიყოფა რიცხვები 888,888, 999,999 და ასევე 88..88 და 99..99 რიცხვებიც, რომელთა ჩანაწერებში შესაბამისი ციფრი გამოყენებულია 6-ის ჯერადი რაოდენობით, მათ შორის 2,016-ჯერ. ეს კი იმას ნიშნავს, რომ თავდაპირველი რიცხვი გაიყოფა 13-ზე, თუ 8?9 რიხცვი გაიყოფა 13-ზე. ეს უკანასკნელი კი 13-ზე იყოფა მხოლოდ მაშინ, როცა ? ნიშნის მაგივრად ჩავწერთ ციფრს 1.

15. კვადრატი რომლის გვერდი 100 უჯრის ტოლია შედგება 100×100=10,000 უჯრისაგან, ხოლო ამოჭრილი კვადრატი შედგება 80×80=6,400 უჯრისაგან, ანუ ამოჭრის შემდეგ დარჩებოდა 10,000-6,400=3,600=60×60 უჯრა, რომლებიდანაც ააწყობდნენ კვადრატს, რომლის გვერდიც 60 უჯრის ტოლი იქნებოდა.

16. გავიაროთ ყველა პასუხი სათითაოდ:

ა) 123456 - შესაძლებელია. ბებიამ გამოაცხო პირველი ორცხობილა და ის ყველაზე ცხელი იყო და შვილიშვილმა ის შეჭამა, როდესაც შვილიშვილი შევიდა მეორედ, მას დახვდა მეორე გამომცხვარი ორცხობილა და მან ის შეჭამა და ა.შ. ბოლო შესვლაზე მას დახვდა მე-6 და ყველაზე ცხელი ორცხობილა.

ბ) 125436 - შესაძლებელია. ბებიამ გამოაცხო პირველი ორცხობილა და ის ყველაზე ცხელი იყო და შვილიშვილმა ის შეჭამა, როდესაც შვილიშვილი შევიდა მეორედ, მას დახვდა მეორე გამომცხვარი ორცხობილა და მან ის შეჭამა. როდესაც ის შევიდა მესამედ ბებიას უკვე გაკეთებული ჰქონდა მე-3, მე-4 და მე-5 ორცხობილები შესაბამისად ყველაზე ცხელი მე-5 ორცხობილა იყო და შვილიშვილმა ის

შეჭამა, მეოთხე შესვლაზე ყველაზე ცხელი მე-4 ორცხობილა იყო, ხოლო მეხუთე შესვაზე ყველაზე ცხელი მე-3 ორცხობილა იყო. ბოლო შესვლაზე შვილიშვილს ბოლო მე-6 ორცხობილა დახვდა.

გ) 325461 - შესაძლებელია. როდესაც შვილიშვილი შევიდა პირველად ბებიას უკვე გაკეთებული ჰქონდა მე-3, მე-2 და 1-ელი ორცხობილები შესაბამისად ყველაზე ცხელი მე-3 ორცხობილა იყო და შვილიშვილმა ის შეჭამა, ხოლო მეორე შესვლაზე ყველაზე ცხელი მე-2 ორცხობილა იყო და შვილიშვილმა ის შეჭამა. მესამე შევლაზე ბებიას უკვე მე-5 და მე-4 ორცობილაც გაკეთებული ჰქონდა შესაბამისად ყველაზე ცხელი მე-5 იყო, ხოლო მეოთხე შესვლაზე ყველაზე ცხელი მე-4 იყო. მეხუთე შესვლაზე ბებიას მეექვსე ორცხობილაც მზად ჰქონდა და შესაბამისად ის ყველაზე ცხელი იყო, ბოლო შესვაზე დარჩა პირველი გამომცხვარი და ყველაზე ცივი ორცხობილა.

დ) 456231 - შეუძლებელია. როდესაც შვილიშვილი შევიდა მეოთხედ მან შეჭამა მე-2 გამომცხვარი ორცხობილა, ხოლო როდესაც ის შევიდა მეხუთედ მან შეჭამა მე-3 გამომცხვარი ორცხობილა რაც შეუძლებელია რადგან გამოდის რომ როდესაც ის შევიდა მეოთხედ მე-3 ორცხობილა უკვე გამომცხვარი იყო და შესაბამისად მე-2 ორცხობილა ვერ იქნებოდა ყველაზე ცხელი.

ე) 654321- შესაძლებელია. ბებიამ გამოაცხო ყველა ორცხობილა ხოლო როდესაც შვილიშვილი შევიდა მას დახვდა ყველაზე ცხელი მე-6 ორცხობილა, შემდეგ შესვალაზე ყველაზე ცხელი მე-5 გამომცხვარი ორცხობილა და ა.შ. და ბოლო შესვლაზე მან შეჭამა პირველი და ყველაზე ცივი ორცხობილა.

ვ) 456321 - შესაძლებელია. როდესაც შვილიშვილი შევიდა პირველად ბებიას უკვე გაკეთებული ჰქონდა მე-4 მე-3, მე-2 და 1-ელი ორცხობილები შესაბამისად ყველაზე ცხელი მე-4 ორცხობილა იყო და შვილიშვილმა ის შეჭამა. მეორე შესვლაზე ბებიამ დაამატა მე-5 ორცხობილა და ის ყველაზე ცხელი იყო, ხოლო მესამე შესვლაზე მე-6 ორცობილა დაემატა და ის იყო ყველაზე ცხელი. მეოთხე შესვლაზე მე-3 ორცხობილა იყო ყველაზე ცხელი, მეხუთე შესვლაზე მე-2 და ბოლო შესვლაზე პირველი.

17. ვთქვათ დიდი ზომის ყუთში დევს a ბურთი, საშუალო ზომის ყუთში დევს b ბურთი, ხოლო პატარა ზომის ყუთში დევს c ბურთი. მაშინ $a+b+c=48$. ასევე პირობის თანახმად $a+c=2b$ და $b=2c$. $a+b+c=(a+c)+b=3b=48 \rightarrow b=16$. რადგან $b=2c$, $c=b/2=16/2=8$, ხოლო $a=48-b-c=48-16-8=24$.

18. შევნიშნოთ რომ შვიდი განსხვავებული რიცხვის (3-დან 9-ის ჩათვლით) მიღება შესაძლებელია კვადრატის შემდეგნაირად შევსებით:

3	4	5	6
4	5	6	7
5	6	7	8
6	7	8	9

დავამტკიცოთ რომ შვიდზე მეტი განსხვავებული რიცხვის მიღება შეუძლებელია. ვთქვათ a არის კვადრატში მინიმალური რიცხვი, მაშინ იმ სტრიქონში სადაც a მდებარეობს მაქსიმალური რიცხვი იქნება $a+3$. ვთქვათ b არის კვადრატში მაქსიმალური რიცხვი, მაშინ იმ სვეტში სადაც b მდებარეობს მინიმალური რიცხვი იქნება $b-3$. რადგან a-ს შემცველი სტრიქონი და b-ს შემცველი სვეტი იკვეთება

გამოდის რომ b მაქსიმუმ a+6-ის ტოლია, რადგან თუ b>a+6 მაშინ b-3>a+3 და a-ს შემცველი სტრიქონის მაქსიმალური რიცხვი გამოდის b-ს შემცველი სვეტის მინიმალურ რიცხვზე ნაკლები, რაც შეუძლებელია. რადგან a მინიმალური რიცხვია და b მაქსიმალური თან ის მაქსიმუმ a+6-ის ტოლია, გამოდის რომ სულ მაქსიმუმ შვიდი განსხვავებული რიცხვის მიღება არის შესაძლებელი (a-დან a+6-ის ჩათვლით).

19. ვთქვათ დაფაზე წერია ექვსი ნატურალური რიცხვი a1, a2, a3, a4, a5 და a6. ცნობილია რომ (a1+a2+a3+a4+a5+a6)/6=17. ვთქვათ წაშალეს a6 (მსჯელობა იდენტურია თუ წაშალეს რომელიმე სხვა რიცხვი), მაშინ პირობის თანახმად (a1+a2+a3+a4+a5)/5=19 → a1+a2+a3+a4+a5=95. (a1+a2+a3+a4+a5+a6)/6=(95+a6)/6=17 → a6=17×6-95=7.
20. შევამჩნიოთ რომ 3 ციფრის ჯამი მინიმუმ 1-ის ხოლო მაქსიმუმ 9×3=27 ტოლია. 1-ის მიღება შეგვიძლია მხოლოდ ერთი გზით 100-ის ციფრების დაჯამებით, ასევე 27-ის მიღება შეგვიძლია მხოლოდ ერთი გზით 999-ის ციფრების დაჯამებით. დანარჩენი ყველა 2-დან 26-მდე რიცხვის მიღება მინიმუმ ორი გზით არის შესაძლებელი, მაგალითად:

    2 არის 101-ის ციფრთა ჯამი და 110-ის ციფრთა ჯამი

    3 არის 102-ის ციფრთა ჯამი და 120-ის ციფრთა ჯამი

    …

    10 არის 109-ის ციფრთა ჯამი და 190-ის ციფრთა ჯამი

    11 არის 209-ის ციფრთა ჯამი და 290-ის ციფრთა ჯამი

    12 არის 309-ის ციფრთა ჯამი და 390-ის ციფრთა ჯამი

    …

    18 არის 909-ის ციფრთა ჯამი და 990-ის ციფრთა ჯამი

    19 არის 199-ის ციფრთა ჯამი და 919-ის ციფრთა ჯამი

    20 არის 299-ის ციფრთა ჯამი და 929-ის ციფრთა ჯამი

    …

    26 არის 899-ის ციფრთა ჯამი და 989-ის ციფრთა ჯამი

    გამოდის რომ შეგვიძლია ამოვიღოთ ზემოთხსენებული 52 კარტი ისე რომ ამოღებულ კარტებს შორის არ მოიძებნოს სამი კარტი რომლებზეც დაწერილი რიცხვების ციფრთა ჯამი ტოლი იქნება (გვექნება ერთი კარტი რომლის ციფრთა ჯამი 1-ის ტოლია, ორ-ორი კარტი რომლის ციფრთა ჯამი 2-დან 26-მდე იქნება, სულ 25*2=50 კარტი და ერთი კარტი რომლის ციფრთა ჯამი 27-ის ტოლია). თუ ამოვიღებთ კიდევ ერთ 53-ე კარტს ამოღებულ კარტებს შორის უკვე მოიძებნება სამი კარტი რომლებზეც დაწერილი რიცხვების ციფრთა ჯამი ტოლი იქნება.